

# SIMULASI NUMERIK MASSA PELURUHAN INTI ZAT RADIOAKTIF UNSUR URANIUM-238 DENGAN METODE ALJABAR MATRIKS

<sup>1)</sup> Jatu Ridwan P, <sup>2)</sup> Bambang Supriadi, <sup>2)</sup> Rif'ati Dina Handayani

<sup>1)</sup> Mahasiswa Program Studi Pendidikan Fisika

<sup>2)</sup> Dosen Pendidikan Fisika FKIP Universitas Jember

Program Studi Pendidikan Fisika FKIP Universitas Jember

Email:jatzred@gmail.com

## Abstract

*The purpose of this research is to search the residual mass, atom quantity, and the activity of U-238 that is formed from process naturally decay chain U-238 till stabile become Pb-206. Uranium decay process has been processing since the early forming the earth. The solution of decay chain using matrix algebra method which is simulated using matlab program. Result of the research shows that the amount of residual mass, quantity of atom and decay activity are influenced by half-life nuclide and the duration of decay it self. More time needed for decay process, more quantity of atom and residual of nuclide mass. Secular equilibrium occurred during in the decay process of U-238 which the parent of decay process and the daughter nuclide in the same time, 42 million years after the early forming of the earth.*

**Keywords:** Numeric Simulation, Decay Chain, Uranium-238, and Matrix Algebra.

## PENDAHULUAN

Semua materi yang ada di alam terdiri dari partikel yang sangat kecil dan tidak bisa dibagi lagi yang dinamakan atom. Atom terdiri dari inti atom dan elektron yang mengelilingi inti atom dengan lintasan-lintasan kulit tertentu. Kestabilan inti atom dipengaruhi oleh rasio proton-neutron dan ukuran inti atom. Inti atom yang tidak stabil secara spontan akan mengalami proses peluruhan yakni perubahan dari inti tidak stabil (radionuklida) menjadi inti stabil. Suatu zat yang mengandung radionuklida disebut zat radioaktif (Karyono, 2009:83).

Uranium adalah salah satu unsur radioaktif yang paling umum ditemukan dan merupakan logam yang paling berat di alam. Uranium mempunyai 5 buah isotop yaitu  $^{233}\text{U}$ ,  $^{234}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{236}\text{U}$ , dan  $^{238}\text{U}$ . Sekitar 99,3% uranium alami adalah uranium-238 yang memiliki waktu paruh  $4,51 \times 10^9$  tahun sehingga dimanfaatkan sebagai penanggalan umur Bumi dan bahan bakar utama pada reaktor nuklir. Uranium-238 merupakan salah satu unsur

radioaktif alam yang bernomor atom 92 dan bermassa 238,048 dalam deret aktinida periode 7 tabel periodik. Uranium-238 memiliki inti atom tidak stabil kemudian meluruh menjadi inti stabil pada timbal-206 dan proses peluruhan uranium-238 telah berlangsung mulai awal pembentukan Bumi (Alfachino.T, 2009:185).

Di alam, U-238 meluruh secara alami hingga terbentuk nuklida dengan inti atom stabil Pb-206. Proses peluruhan dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dN}{N} &= -\lambda \cdot dt \\ \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} &= -\lambda \cdot \int_0^t dt \\ N(t) &= N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (1)\end{aligned}$$

$N(t)$  merupakan jumlah inti atom untuk meluruh setiap saat  $N$  bergantung pada jumlah sampel mula-mula  $N_0$ , selang waktu peluruhan  $t$ , dan tetapan desintegrasi  $\lambda$  yang merupakan persamaan dari hukum peluruhan radioaktif (Wiyatmo Y, 2012:67).

Massa suatu atom terkait erat dengan jumlah elektron, proton, dan neutron yang dimiliki atom tersebut.

Dengan menggunakan konsep molar dan bilangan avogadro maka persamaan (1) :

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (2)$$

$m$  adalah massa atom yang tersisa selama peluruhan eksponensial waktu, dan  $m_0$  adalah massa atom mula-mula

Tabel 1. Peluruhan nuklida dan waktu paruh deret U-238

No	Nuklida	Waktu Paruh
1.	Uranium-238	4,51 x 10 <sup>9</sup> tahun
2.	Thorium-234	24,1 hari
3.	Proaktinium-234	6,66 jam
4.	Uranium-234	2,48 x 10 <sup>5</sup> tahun
5.	Thorium-230	76000 tahun
6.	Radium-226	1620 tahun
7.	Radon-222	3,823 hari
8.	Polonium-218	3,05 detik
9.	Timbal-214	26,8 menit
10.	Bismut-214	19,7 menit
11.	Polonium-214	164 detik
12.	Timbal-210	22 tahun
13.	Bismut-210	5,1 hari
14.	Polonium-210	138,4 hari
15.	Timbal-206	-

(Wiyatmo, Y, 2012 :271).

Peluruhan alami deret uranium-238, nomor massa  $A$  nuklida yang dari inti tak stabil U-238 menjadi inti stabil Pb-206 meluruh sebesar  $4n+2$ , setiap nomor massa  $A$  pada deret uranium habis dibagi 4 dan sisa 2, serta mengalami 14 tahap peluruhan yakni 8 peluruhan alfa ( $\alpha$ ) dan 6 peluruhan beta ( $\beta$ ). Berikut tabel deret peluruhan berantai alami U-238 hingga Pb-206

Suatu proses peluruhan berantai dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \\ \frac{dN_3}{dt} &= \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \\ \frac{dN_n}{dt} &= \lambda_{n-1} N_{n-1} - \lambda_n N_n \end{aligned} \quad (3)$$

Persamaan di atas merupakan persamaan Bateman pada peluruhan berantai, untuk banyak peluruhan ( $n$ )=1, 2, 3, ...,  $n$  (M. Amaku (2009:23); L.moral dan A. F. Pacheco (2003:685).

Penyelesaian peluruhan berantai membutuhkan kecakapan dan ketelitian yang memadai tentang konsep diferensial.

Persamaan-persamaan yang menggambarkan fenomena tersebut cukup rumit dalam penyelesaian atau perhitungan matematis harus memerlukan persamaan secara khusus.

Berdasarkan uraian di atas maka perlu diadakan penelitian tentang massa yang tersisa pada peluruhan berantai alami uranium-238 dengan metode aljabar matriks mulai awal pembentukan Bumi. Untuk itu perlu dilakukan penelitian dengan judul “**Simulasi Numerik Massa Peluruhan Inti Zat Radioaktif Unsur Uranium-238 Dengan Metode Aljabar Matriks**”.

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah (1) Berapakah massa sisa peluruhan zat radioaktif pada deret uranium-238 secara numerik ? (2) Berapakah jumlah atom sisa peluruhan zat radioaktif pada deret uranium-238? (3) Berapakah aktivitas peluruhan yang terjadi pada peluruhan zat radioaktif deret uranium-238?

## METODE

Metode aljabar matriks merupakan metode penyelesaian sistem persamaan linier yang dapat dikembangkan ke sistem persamaan diferensial linear dengan  $n$  buah fungsi yang tak diketahui dan dengan koefisien konstan dengan mudah. Penyelesaian peluruhan radioaktif dengan menggunakan aljabar matriks dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan Bateman untuk mencari solusi sistem persamaan diferensial.

Persamaan (3) dapat dirubah menggunakan matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{N}' = \mathbf{A} \mathbf{N} \quad (4)$$

Dimana  $\mathbf{N}'$ ,  $\mathbf{A}$ , dan  $\mathbf{N}$  komponen  $n$  vektor

$$\mathbf{N}' = \begin{bmatrix} N_1' \\ N_2' \\ \vdots \\ N_n' \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_1 & -\lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -\lambda_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{n-1} & -\lambda_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\mathbf{N}$  merupakan matriks kolom jumlah inti atom mula-mula dan  $\mathbf{A}$  merupakan matriks segitiga konstanta peluruhan  $\lambda$  maka solusi penyelesaian diferensial matriks dengan kondisi  $N_0$  dapat dianalogikan dengan menggunakan matriks eksponensial.

$$N(t) = e^{\mathbf{A}t} N_0 \quad (6)$$

Dengan menggunakan nilai eigen untuk mencari solusi dalam sistem persamaan diferensial maka persamaanya:

$$N(t) = \mathbf{V} e^{\mathbf{D}t} \mathbf{V}^{-1} N_0 \quad (7)$$

$\mathbf{V}$  merupakan vektor eigen dan  $\mathbf{V}^{-1}$  merupakan invers vektor eigen  $\mathbf{V}$ .  $e^{\mathbf{D}t}$  merupakan matriks diagonal eksponensial negatif konstanta peluruhan,

Deret uranium-238 dalam peluruhannya hingga stabil tidak ada percabangan seperti pada peluruhan pada deret lainnya, untuk mencari vektor eigen  $\mathbf{V}$  dan invers vektor eigen  $\mathbf{V}^{-1}$  dapat menggunakan persamaan

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_{2,1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ S_{3,1} & S_{3,2} & 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n,1} & S_{n,2} & S_{n,3} & S_{n,n-1} & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{2,1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ T_{3,1} & T_{3,2} & 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_{n,1} & T_{n,2} & T_{n,3} & T_{n,n-1} & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Simbol  $S_{i,j}$  dan  $T_{i,j}$  merupakan hasil dari perhitungan:

$$F_{q,r}^p = \frac{\lambda_r}{\lambda_q - \lambda_p} \quad (10)$$

Nilai setiap  $S_{i,j}$  dan  $T_{i,j}$

$$S_{i,j} = F_{i,i-1}^j F_{i-1,i-2}^j \dots F_{j+1,j}^j \quad (11)$$

$$T_{i,j} = F_{j,j}^i F_{j+1,j+1}^i \dots F_{i-1,i-1}^i \quad (12)$$

Penelitian ini dilaksanakan di laboratorium komputer Program Studi Pendidikan Fisika FKIP Universitas Jember pada semester genap tahun ajaran 2013-2014. Penelitian ini merupakan penelitian simulasi dengan tahap (1) Persiapan, (2) Kajian teori, (3) Simulasi, (4) Analisa, (5) Pembahasan, (6) Kesimpulan.

Data yang disimulasikan untuk mendapatkan massa sisa, peluruhan atom, dan aktivitas nuklida-nuklida yang terjadi pada massa 7 gram uranium-238 yang mempunyai jumlah atom sebesar  $1.77 \times 10^{22}$  pada deret uranium-238 selama  $4,3 \times 10^9$  tahun menggunakan metode aljabar matriks dengan matlab 6.1

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan penelitian yang dilakukan di laboratorium fisika dengan waktu simulasi 5 detik dengan toleransi  $10e-6$ , peluruhan berantai alami yang terjadi pada uranium-238 yang bermassa 7 gram selama  $4,3 \times 10^9$  tahun yang lalu menunjukkan nuklida induk memiliki massa sisa terbanyak dibandingkan dengan massa sisa nuklida turunannya karena waktu paruh yang dimiliki nuklida-nuklida turunannya sangat singkat dibandingkan lamanya peluruhan ( $t_{1/2} \ll t_{\text{peluruhan}}$ ).

Nuklida yang memiliki waktu paruh lebih pendek daripada waktu peluruhannya ( $t_{1/2} \ll t_{\text{peluruhan}}$ ) maka nuklida tersebut lebih cepat habis ( $m_t \rightarrow 0$ ).

Banyaknya jumlah atom yang meluruh bergantung dengan waktu paruh yang dimiliki setiap nuklida dan lama peluruhannya. Semakin lama waktu paruh

yang dimiliki nuklida maka semakin banyak jumlah atom peluruhan nuklida dan sebaliknya Nuklida induk yang memiliki waktu paruh paling lama dibandingkan

dengan nuklida turunannya mempunyai jumlah atom sebesar  $9,12 \times 10^{21}$  atom.

Tabel 2. Pengamatan massa sisa peluruhan inti zat radioaktif uranium-238

No	Nuklida	Waktu paruh (tahun)	$N_t$ (atoms)	$m_t$ (gram)
1.	Uranium 238	$4,51 \times 10^9$	$9,12 \times 10^{21}$	3,62
2.	Thorium-234	$6,24 \times 10^{-2}$	$1,26 \times 10^{11}$	$4,89 \times 10^{-11}$
3.	Proaktinium-234	$7,60 \times 10^{-4}$	$1,54 \times 10^9$	$5,98 \times 10^{-13}$
4.	Uranium-234	$2,48 \times 10^5$	$5,03 \times 10^{17}$	$1,95 \times 10^{-5}$
5.	Thorium-230	$7,60 \times 10^4$	$1,54 \times 10^{17}$	$5,88 \times 10^{-5}$
6.	Radium-226	$1,62 \times 10^3$	$3,28 \times 10^{15}$	$1,23 \times 10^{-6}$
7.	Radon-222	$4,36 \times 10^{-4}$	$8,92 \times 10^8$	$3,29 \times 10^{-13}$
8.	Polonium-218	$9,67 \times 10^{-8}$	$1,96 \times 10^5$	$7,09 \times 10^{-17}$
9.	Timbal-214	$5,09 \times 10^{-6}$	$1,03 \times 10^7$	$3,68 \times 10^{-15}$
10.	Bismut-214	$3,75 \times 10^{-5}$	$7,58 \times 10^7$	$2,69 \times 10^{-14}$
11.	Polonium-214	$5,20 \times 10^{-6}$	$1,05 \times 10^7$	$3,75 \times 10^{-15}$
12.	Timbal-210	22	$4,5 \times 10^{13}$	$1,6 \times 10^{-8}$
13.	Bismut-210	$1,39 \times 10^{-2}$	$2,82 \times 10^{10}$	$9,83 \times 10^{-12}$
14.	Polonium-210	$3,79 \times 10^{-1}$	$7,69 \times 10^{11}$	$2,68 \times 10^{-10}$
15.	Timbal-206	Stabil	$1,41 \times 10^{12}$	$4,81 \times 10^{-10}$

Peluruhan berantai alami unsur uranium-238 hingga menjadi timbal-206 dipengaruhi oleh waktu peluruhan, tetapan peluruhan nuklida dan lamanya waktu peluruhan. Proses peluruhan zat radioaktif pada deret uranium-238 menunjukkan bahwa nuklida induk memiliki tetapan peluruhan yang sangat kecil dibanding dengan tetapan peluruhan turunannya ( $\lambda_1 \ll \lambda_2$ ) sehingga aktivitas induk secara terukur tidak menurun selama waktu paruh turunannya dan suatu saat aktivitas induk akan sama dengan aktivitas turunannya hal ini dikenal dengan kesetimbangan sekuler.

Kesetimbangan sekuler peluruhan berantai uranium-238 ketika aktivitas peluruhan sebesar  $8,63 \times 10^{-6}$  Bq. Kesetimbangan sekuler terjadi pada waktu  $1,35 \times 10^{15}$  detik setara dengan 42,8 juta tahun. Dalam keadaan ini besar aktivitas setiap nuklida sama, sehingga saat nuklida induk U-238 meluruh maka pada saat yang sama sebuah nuklida anak Pb-206 akan terbentuk. Faktor utama terjadi kesetimbangan sekuler yaitu waktu paruh

yang dimiliki nuklida induk jauh lebih lama dibandingkan nuklida turunan-turunannya dan waktu terjadi peluruhan sangat lama dibandingkan dengan waktu paruh turunan-turunannya ( $t_1 \ll t_{\text{peluruhan}}$ ).

Massa yang dihasilkan dalam proses peluruhan berantai alami unsur uranium-238 hingga menjadi unsur timbal-206 tidak hanya mendapatkan unsur dalam wujud padat tetapi ada juga dalam wujud gas mulia yaitu unsur radioaktif radon-222 dengan waktu paruh 3,8 hari yang kemudian meluruh menjadi nuklida radioaktif dalam wujud padat hingga timbal-206 (stabil). Perbedaan hasil simulasi dengan sumber data didapat error sebesar 2% dan data ini masih bisa di bawah 5% sehingga masih berada pada nilai toleransi yang diperbolehkan.

## SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian mengenai "Simulasi Numerik Massa

Peluruhan Inti Zat Radioaktif Unsur Uranium-238 Dengan Metode Aljabar Matriks” maka dapat disimpulkan (1) Besarnya massa sisa dalam peluruhan unsur uranium-238 yang berlangsung selama  $4,3 \times 10^9$  tahun menunjukkan nuklida induk memiliki massa sisa sebesar 3,62 gram sedangkan massa sisa nuklida turunannya mendekati nol. (2) Jumlah atom uranium-238 yang meluruh selama  $4,3 \times 10^9$  menunjukkan nuklida induk atom paling banyak dibandingkan nuklida turunannya yaitu sebesar  $9,15 \times 10^{21}$  atom. Jumlah peluruhan bergantung pada jumlah atom awal dan tetapan disintegrasi ( $\lambda$ ) yang bergantung pada lamanya waktu paruh yang dimiliki setiap nuklida. (3) Besarnya aktivitas peluruhan yang terjadi pada deret uranium-238 sebesar  $8,63 \times 10^{-6}$  Bq. Pada proses peluruhan uranium-238 terjadi kesetimbangan sekuler yang terjadi pada waktu  $1,35 \times 10^{15}$  detik setara dengan 42,8 juta tahun. Dalam keadaan ini besar aktivitas setiap nuklida sama, sehingga saat nuklida induk U-238 meluruh maka pada saat yang sama sebuah nuklida anak Pb-206 akan terbentuk.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Alchofino T. 2009. *Estimasi Umur Bumi Menggunakan Metode Pentarikan Uranium-Timbal*. Jurnal Saintifika. 5 (2): 183-193.
- Amaku, M., Pascholati, P.R., dan Vanin, V.R. 2010. *Decay Chain Differential Equations: Solution Through Matrix Algebra*. Journal of Computer Physic Comunication 181:21-23
- Karyono, 2009. “Keberadaan Gas Radioaktif Alam Radon, Toron, dan Aktinon di Bumi Yang Harus Diwaspadai”. Jurnal Saintifika. 12 (7): 83-90.
- Moral, L. dan Pachecho, F. 2003. *Algebraic Approach To The Radioactive Decay Equations*. American Journal of Physics, 71 (7):685
- Wiyatmo, Y. 2012. *Fisika Nuklir Dalam Telaah Semi Klasik dan Kuantum*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar